Elemi integráltak és integrálási szabályok – frissített tartalommal

Alapvető integrálok:

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int tgx dx = -\ln|\cos x| + C$$

$$\int ctgx dx = \ln|\sin x| + C$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C$$

Integrálási szabályok:

$$\int c \cdot f(x) dx = c \cdot \int f(x) dx$$

$$\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = ln|f(x)| + C$$

$$\int f^n(x) \cdot f'(x) dx = \frac{f(x)^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int f(ax+b) dx = \frac{F(ax+b)}{a} + \mathrm{C}$$

Hiperbolikus függvények:

$$\int chx dx = shx + C$$

$$\int shx dx = chx + C$$

$$\int thx dx = \ln chx + C$$

$$\int cthx dx = ln|shx| + C$$

$$\int \frac{dx}{ch^2 x} = thx + C$$

$$\int \frac{dx}{sh^2 x} = -cthx + C$$

$$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \cdot arc\ tg\left(\frac{x}{a}\right) + C$$

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{a} \cdot ar\ th\left(\frac{x}{a}\right) + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = arc \sin(x) + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} = ar\ sh\left(\frac{x}{a}\right) + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = ar\ ch\left(\frac{x}{a}\right) + C$$

Összeállította: Tamás Ferenc, 2016
www.tferi.hu

Elemi integráltak és integrálási szabályok – frissített tartalommal

Parciális integrálás:

$$\int u \cdot v' dx = u \cdot v - \int u' \cdot v dx$$

Helyettesítéses integrálás:

$$\int y(x) dx = \int y[f(t)] \cdot f'(t) dt$$

Racionális törtfüggvények:

$$\int \frac{A}{ax+b} dx = \frac{A}{a} \cdot \int \frac{a}{ax+b} dx =$$

$$= \frac{A}{a} \cdot ln|ax+b| + C$$

$$\int \frac{dx}{(ax+b)^n} = \frac{1}{a} \cdot \int a \cdot (ax+b)^{-n} dx =$$

$$= \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)^{-n+1}}{-n+1} + C$$

Newton-Leibniz formula:

Ha az f[a,b]->R függvény integrálható és f-nek a primitív függvénye: F, akkor:

$$\int_a^b f = F(b) - F(a)$$

Improprius integrál:

$$\int_a^{+\infty} f(t) dt = \lim_{x \to +\infty} \int_a^x f(t) dt$$

Az f(x) és g(x) görbék által **határolt terület** az [a,b] intervallumon:

$$T = \left| \int_a^b f(x) - g(x) dx \right|$$

Az x=x(t) és y=y(t) paraméteres alakban megadott **görbe alatti terület**, ahol t€[a,b]:

$$T = \int_a^b x'(t) \cdot y(t) dt$$

Ha az f(x) **függvény** az [a,b]-n folytonos és korlátos, akkor az **ívhossza**:

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\, dx$$

Forgástest felszíne, melyet az f(x) függvény határol az x tengely körül megforgatva az [a,b] intervallumon:

$$A = 2 \cdot \pi \cdot \int_a^b f(x) \cdot \sqrt{1 + \left(f'(x)\right)^2} dx$$

Forgástest térfogata a fentiek szerint:

$$V = \pi \cdot \int_a^b f^2(x) dx$$

Összeállította: Tamás Ferenc, 2016
www.tferi.hu